

## LA COMMUNICATION THEORETIQUE ENTRE MATHEMATIQUES, PHYSIQUE ET PHILOSOPHIE

par YVON GAUTHIER

Je veux montrer dans ce court exposé que la science physique communique avec les mathématiques, d'une part et avec la philosophie, d'autre part, sur un plan théorique pur, c'est-à-dire qu'elle se fait par la médiation de structures théoriques globales, analytiques pour les mathématiques, hermétiques pour la philosophie. Ces inspirations théorétiques de la physique semblent inviter, pour moi, une interprétation constructiviste qui va à l'encontre du réalisme naïf ou critique, du positivisme et de l'opérationnalisme. Je concentrerai mon propos sur la théorétique quantique.

1. Einstein a été jusqu'à la fin opposé à la mécanique quantique et à son indéterminisme inhérent. C'est qu'il tenait à une perspective philosophique, dont il n'est pas difficile de retracer l'origine spinoziste. Einstein affirmait que

Notre expérience antérieure justifie la croyance que la nature est la réalisation des idées mathématiques les plus simples possibles.<sup>1</sup>

Pour lui, il existait un « bon chemin » mathématique que menait au coeur du réel. Spinoza, de son côté, postule, dans *l'Ethique* que

Ordo et connexio idearum idem est ac ordo et connexio rerum.<sup>2</sup>

Le déterminisme panthéiste d'un Spinoza fait place chez Einstein à un déterminisme qui refuse de penser que "Dieu joue aux dés". Sans vouloir faire violence à une tradition philosophique respectable, on peut dire que la perspective déterministe a peu de chance d'expliquer les phénomènes quantiques et toute théorie de paramètres cachés (hidden parameters) doit payer un prix exorbitant pour récupérer l'interprétation déterministe.

L'interprétation indéterministe, dite de Copenhague, a elle aussi ses sources philosophiques, tout différentes des premières.<sup>3</sup> Chez un Heisenberg, qui a puisé, par exemple, chez les Présocratiques, le formalisme mathématique—la formulation de la mécanique quantique en calcul matriciel—n'a pas besoin de s'adjoindre une interprétation philosophique: nous disons que

la structure analytique de la théorie ne correspond pas nécessairement à sa structure herméneutique, ce qui contredit la thèse einsteinnienne.

La séparation de l'appareil analytique ou du formalisme mathématique (et logique) et de son interprétation physique se double donc de la séparation de la théorie physique et de son interprétation théorique, c'est-à-dire philosophique ici. Les deux séparations, il faut cependant l'avouer, tendent à s'effacer en raison du principe d'unification théorique; ainsi, chez von Neumann, il y a correspondance stricte entre opérateurs hermitiques et observables ou quantités physiques,<sup>4</sup> alors que dans la théorie unitaire des champs du dernier Heisenberg, l'équation différentielle du champ se prête à une interprétation philosophique que Heisenberg tire de l'"apeiron" d'Anaximandre.<sup>5</sup> Mais ce principe d'unification théorique n'a pas toujours un contenu philosophique explicite. L'approche « bootstrap » (que je serais tenté de traduire en français par « corset »), par exemple, en théorie des particules élémentaires, impose des conditions restrictives de consistance interne sur la matrice  $S$ , invariance de Poincaré, unitarité et analyticité qui définissent le cadre axiomatique de la théorie physique, mais qui relèvent en dernière analyse d'un choix philosophique opposé au fondamentalisme des constituants ultimes du monde matériel. Il est peut-être absurde de parler de particules fondamentales (comme les « quarks ») au sens propre, comme s'il ne fallait pas « quantiser » indéfiniment pour s'approcher du continu—la même chose vaut en cosmologie où parler d'une « m tagalaxie » ultime n'a pas beaucoup de sens. Dans ce sens, la structure axiomatique de la théorie est en accord ou en correspondance explicite avec sa structure herméneutique.

2. L'introduction des structures algébriques en physique quantique et surtout en théorie des particules élémentaires—groupes spéciaux unitaires  $SU(3), SU(6)$  et autres, les algèbres de courants, les variétés symétriques ne semblent pas au premier abord avoir de rapport direct avec le réel physique.<sup>6</sup> La non-cat goricit  de la théorie des groupes, des structures de groupe, est déjà un indice de l'absence de corrélation entre formes mathématiques et phénomènes physiques. La théorie axiomatique des champs se débat avec les infinités « rampantes » des degrés de liberté ou les « fantômes » des probabilités négatives et la signification physique qu'on voudrait récupérer à l'aide des

---

propriétés d'invariance ou de symétrie n'est pas toujours satisfaisante. Seuls les modèles phénoménologiques, comme les pôles de Regge dans le plan complexe du moment angulaire,<sup>7</sup> qui se tiennent au plus près des événements quantiques, semblent conserver encore des assises réelles. Mais jamais le postulat de simplicité n'est-il évoqué, lorsqu'il s'agit d'élaborer une théorie mathématique qui rende compte des phénomènes quantiques;<sup>8</sup> la structure de ces phénomènes invite plutôt à penser que les formalismes sont des approximations simplificatrices et, en dernier ressort, le réel « construit » n'apparaît ou n'émerge, comme dans la théorie quantique de la mesure, qu'à la jointure, la convergence de la construction formelle et de son interprétation physique. Une telle conception de la physique, constructiviste, si ce n'est idéaliste, distingue trois niveaux de structuration de la théorie physique:

- a) la structure analytique (ou formelle)
- b) l'application (au sens de « mapping ») de la structure sur le contenu physique ou l'interprétation physique
- c) la structure herméneutique ou l'interprétation théorique globale qui interpète la relation entre a) et b) et donne le sens théorique de la théorie.

La conception constructiviste diffère des conceptions réalistes, positivistes et opérationnalistes, dans la mesure où elle abandonne le schéma hypothético-déductif ou, à tout le moins, le relativise et redouble l'interprétation physique de ce que nous avons appelé l'interprétation théorique: le contenu physique d'une théorie est un élément intra-théorique et est soumis aux mêmes lois de transformation théorique que la structure formelle. A ce compte, le réel signifie réel « théorisé » et l'expérience « physique » est de part en part traversée par le langage, i.e. les structures théorétiques. Le constructivisme ainsi défini rejette tout donné et n'admet qu'un indéterminé primitif, qu'un continuuel procès de construction détermine sans fin.

3. En terminant, je voudrais illustrer brièvement la conception que je défends sur l'exemple de la transformation que l'on appelle « renversement du temps » en mécanique quantique. La transformation « renversement du temps » est liée à un important théorème d'invariance, le T C P, c'est-à-dire renversement du temps, conjugaison de la charge et renversement de la parité.

---

Si la dernière symétrie est violée dans les interactions faibles selon le résultat classique de Lee et Yang, l'opération symétrique du renversement du temps n'apparaît pas menacée pour le moment. Pour cette dernière opération, qui est, rappelons-le symétrique et pour laquelle

$$|(\Psi, \phi)|^2 = |(\Psi', \phi')|^2$$

représentent deux états donnés et leurs inverses, on a besoin d'une transformation antiunitaire  $U$

$$U\Psi^* = \Psi, U\phi = \phi'$$

qui a la forme suivante

$$U = VK$$

où  $V$  est une transformation unitaire et  $K$  sa complexe conjuguée (l'opérateur antiunitaire), dont les propriétés sont les suivantes

$$K = K^+ \quad (\text{hermiticité})$$

$$K^+ = K^{-1} \quad (\text{unitarité})$$

$$K(\alpha\Psi_1 + \beta\Psi_2) = (\alpha^*K\Psi_1 + \beta^*K\Psi_2) \quad (\text{antilinéarité})$$

$$(K\Psi_1, K\Psi_2) = (\Psi_2, \Psi_1) \quad (\text{commutativité})$$

où  $K^+$  est l'opérateur adjoint— $K$  est donc hermitique—et  $\alpha$  et  $\beta$  sont des vecteurs. L'opérateur antiunitaire  $K$  rend compte de l'invariance de l'Hamiltonien  $H(p,r)$  pour impulsions et  $r$  pour positions; l'Hamiltonien est invariant, lorsqu'on change  $p$  en  $-p$ . L'opération renversement du temps  $-t$  n'affecte donc que la représentation du système physique, qu'elle soit donnée par l'Hamiltonien ou par l'équation de Schrödinger où

$$i\hbar \frac{\delta}{\delta t} \Psi^*(R, -t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(R) \right] \Psi^*(R, -t)$$

est équivalent à

$$i\hbar \frac{\delta}{\delta t} \Psi(R, t) = \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(R) \right] \Psi(R, t)$$

où l'opérateur laplacien  $\Delta = \nabla^2$  (opérateur gradient), ' $m$ ' est la masse de la particule et ' $V$ ' son énergie potentielle pour l'équation du mouvement d'une particule libre en mécanique quantique. De même pour les opérateurs de création et d'annihilation des particules et l'opérateur de conjugaison de la charge

(particules-antiparticules). L'importance de cette dernière opération se limite aussi à sa signification formelle; l'antimatière est avant tout une opération symétrique!

Le renversement du temps ne signifie pas qu'on remonte le cours anisotropique du temps, mais seulement que les équations du mouvement sont indifférentes à la direction du temps. La « réalité » ici est la jonction d'une structure formelle et d'un contenu physique mis en correspondance par une application bijective, application qui prête elle-même à interprétation. Nous avons donc les trois niveaux de structuration que nous avons explicités plus haut. Le postulat de réalité, qu'il s'agisse d'analyticité fonctionnelle (fonctions analytiques) ou d'hermiticité opérationnelle (opérateurs hermitiques), est toujours assujéti à la structure herméneutique.<sup>11</sup> Les trois niveaux de structuration de la théorie physique définissent pour nous la communication théorétique entre mathématiques, physique et philosophie.

Yvon Gauthier  
Université de Sudbury

#### NOTES

- 1 Cf. *Essais en Science*, cité par J. E. Charon *Cours de théorie relativiste unitaire*, Paris, Albin Michel, 1969, p. 5.
- 2 Prop. VII, Pars II, *Spinoza Opera II*, Heidelberg, hrsg. V. K. Geshardt, Carl Winters, 1925.
- 3 On consultera à ce sujet l'admirable ouvrage de Max Jammer *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York, McGraw Hill, 1966, en particulier p. 166-180 et le livre de Aage Peterson *Quantum Physics and the Philosophical Tradition*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 1968.
- 4 J. von Neumann *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin-Heidelberg-New York, Springer, 1968, p. 167.
- 5 W. Heisenberg "Grundlegende Voraussetzungen in der Physik der Elementarteilchen", in *Martin Heidegger. Festschrift zum siebzigsten Geburtstag*, Pfullingen, Neske, 1959, p. 291-297.
- 6 Cf. *Mathematical theory of Elementary Particles*, ed. by R. Goodman et I. Segal, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 1966; voir en particulier l'article de A. S. Wightman, p. 171-184.
- 7 J. D. Jackson "Models for high-energy processes" in *Reviews of Modern Physics*, vol. 42, no. 1, Janvier 1970, p. 12-67.
- 8 Il y a peu de disciples de Einstein qui soutiendraient aujourd'hui que les équations gravitationnelles de la géométrie dynamique ou les équations différentielles non-linéaires de la théorie unitaire des champs représentent le "bon chemin" de la simplicité . . .
- 9 Cf. pour le domaine français Paulette Destouches-Février *La structure des théories physiques*, Paris, P.U.F., 1951, chap. II, Le concept de mesure se situe pour nous, contrairement à la thèse hypothético-déductive, au niveau de la fonction (application) interprétative du contenu physique sur la structure formelle. Notre conception est particulièrement opposée à l'inter-

prétation réaliste de la mécanique quantique, défendue, par exemple, par Mario Bunge *Foundations of Physics, Berlin-Heidelberg-New York*, Springer, 1967, chap. 5.

- 10 Notre exposé s'inspire ici de S. Gasiorowicz *Elementary Particle Physics*, New York, J. Wiley and Sons, 1966, P. 26-28, et A. Messiah *Mécanique Quantique*, 2 T., Paris, Dunod, 1964, T. 1, p. 567-580.
- 11 Voir là-dessus notre article "The use of the axiomatic method in Quantum Physics", à paraître dans *Philosophy of Science*.